

A. VSTUPNÍ ČÁST	
1. Název:	Kombinatorika a pravděpodobnost
2. Kód:	
2a) Kategorie/obor vzdělání:	78-42-M/08 Lyceum
3. Typ vyučovací jednotky:	vzdělávací modul
4. Délka výuky – doporučený počet vyučovacích hodin:	24 hodin
5. Platnost:	1. září 2025
	Zpracovatelský tým: Josef Bobek a kol.
6. Vstupní předpoklady:	– základní vzdělání (matematika) – modul navazuje na OVU RVP ZV: - MJA-MAT-004-ZV9-010: Interpretuje a vytváří různě graficky prezentovaná data. - MJA-MAT-004-ZV9-012: Určí pravděpodobnost jevu různými způsoby pro rozhodování v dané situaci. - MJA-MAT-004-ZV9-013: Vyhledá všechny prvky nebo skupiny prvků, které splňují dané podmínky. – modul navazuje na moduly OVU RVP Lyceum MAT: - Algebraické výrazy - Elementární rovnice a nerovnice Doporučené umístění v učebním plánu: 4. ročník, bloková/kontinuální výuka
B. JÁDRO VYUČOVACÍ JEDNOTKY	
1. Charakteristika:	Modul Kombinatorika a pravděpodobnost je jedním z nejužívanějších matematických aplikací v praxi. Nejde jen o hazardní hry z jejichž potřeb tato oblast matematiky vznikla, ale při veškerém rozhodování používáme vědomě či nevědomě pravděpodobnost a kvalita jejího užití rozhoduje o úspěšnosti našeho konání. Umožňuje určit jakými možnostmi může či nemůže nastat daný jev a jejich počet a z toho určit pravděpodobnost a tu využít při řešení problémů. Modul má přesahy do algebry i statistiky. Využívá základní dovednosti z matematicko-logické gramotnosti ze základní školy a digitální technologie k výpočtům.

2. Očekávané výsledky učení a jejich indikátory:

Užívá poznatků z kombinatoriky.

- Řeší kombinatorické úlohy použitím základních kombinatorických pravidel (pravidlo součtu a součinu)
- Určí počet variací bez i s opakováním a permutací a kombinací bez opakování.
- Využije vlastností kombinačních čísel (doplňkové kombinace, Pascalův trojúhelník).

Určí pravděpodobnost náhodného jevu v jednoduchých případech a užívá ji při rozhodování, řešení a hodnocení problémů.

- Užívá pojmy: náhodný pokus, výsledek náhodného pokusu, nezávislost jevů, náhodný jev a jeho pravděpodobnost, opačný jev, nemožný jev, jistý jev.
- Vypočítá pravděpodobnost běžných jevů použitím definice klasické pravděpodobnosti (včetně geometrické).
- Určí pravděpodobnost průniku nezávislých jevů a sjednocení disjunktních jevů.
- Na základě hodnoty pravděpodobnosti rozhodne a vyřeší problém a své rozhodnutí zdůvodní.

3. Podpora rozvoje klíčových kompetencí a základních gramotností:

Základní gramotnosti:

- čtenářská a pisatelská
- matematicko-logická

Klíčové kompetence:

- k učení
- komunikační
- k řešení problémů
- digitální

4. Obsah vzdělávání:

Kombinatorika:

- pravidlo součtu a součinu
- variace, permutace, faktorial, kombinace bez opakování
- vlastnosti kombinačních čísel, doplňkové kombinace, Pascalův trojúhelník

Pravděpodobnost

- náhodný jev, četnost jevu, klasická pravděpodobnost
- opačné jevy, průnik a sjednocení jevů (disjunktní jevy, závislé a nezávislé jevy)
- statistická definice pravděpodobnosti

Aplikace pravděpodobnosti

- Počty variací, permutací a kombinací (kostky, karty, čísla, počty přeskládání, počty možností sestavení přístroje, konfigurace izomerů molekul, vzory z dlaždic, binomická věta, ...)
- klasická pravděpodobnost (hazardní a sázkové hry, geometrická – poměr ploch, úhlů, časových intervalů)
- statistická pravděpodobnost jevu (házení kostkou či mincí, průjezd bílého automobilu, zmetkovitost, pojišťovnictví, atd.).
- pravděpodobnost průniku a sjednocení jevů (sázky, spolehlivost zařízení, bezvadnost nákupu, apod.)

5. Vzdělávací strategie:

Vzdělávací modul má mimo jiné charakter skupinových projektů s těmito možnými tématy:

1. Tvorba příkladů z praxe a hledání jejich řešení – žáci se zaměří na reálné situace z denního života i oboru vzdělávání,
2. Průzkum historických kontextů, ve kterých byly elementární funkce využívány k řešení problémů,
3. Řešení komplexních úloh a praktických problémů z oblasti STE, techniky, technologií a financí
4. Ověření klasické pravděpodobnosti.
5. Měření statistické pravděpodobnosti u vybraného jevu.

Žáci:

- řeší úlohy
- pomocí vrstevnického učení, didaktického působení učitele, zkoumáním zákonitostí, objevováním, indukci a dedukcí porozumí problematice a matematické podstatě operací s čísly
- propojují modul s oblastí STE, technikou a technologiemi
- užívají digitální technologie při řešení úloh z praxe
- řeší projekty:
 - seznámí se s pravidly realizace projektu a jeho hodnocení
 - společně s učitelem vyberou problematiku k řešení, vymezí si problém a naplánují postup řešení projektu;
 - shromáždí dostupné informace týkající se dané problematiky – sbírají, zpracují a vyhodnotí pomocí digitálních technologií dostupná data
 - navrhnou možná řešení a projekt zpracují
 - prezentují a obhájí výsledky své práce ústní nebo písemnou formou
 - diskutují výsledky ostatních, dávají připomínky a náměty, hodnotí je.

Propojení modulu s oblastí STE:

- řešení příkladů z praxe

C. VÝSTUPNÍ ČÁST			
1. Způsob ověřování dosažených výsledků	max. počet bodů	2. Kritéria hodnocení	váha
Průběžné – dialog učitele se žákem – písemné testové úlohy – práce s pracovními listy – pozorování činností žáka	100	aktivní a odpovědný přístup zvládnutí rutinních činností bez systémových chyb porozumění dané problematice v širším kontextu; – bezchybně a s výjimečnými chybami způsobenými nepozorností 100 % – opakované chyby z nepozornosti a výjimečné z neznalosti 75 % – občasné chyby z neznalosti a nízká kvalita provedení 50 % – opakované správné užití a vyjadřování. zodpovědný přístup k plnění úkolů a vzdělávání. 25 % – neznalost či výjimečné správné vysvětlení – nesplněno 0 %	40 %
Sumativní – samostatná/skupinová tvůrčí práce/projekt;	100	kompetence k řešení problému: relevance návrhu řešení – věcná správnost, funkčnost; aktivní přístup a podíl na realizaci projektu; kvalita prezentace	50 %
Reflexe – zpětnovazebný rozhovor s učitelem (a ostatními žáky) o výsledcích	100	reflexe zkušenosti: aktivní účast na reflexi, jasnost a správnost argumentace	10 %

Závěrečné hodnocení modulu je váženým průměrem hodnocení z jednotlivých způsobů (částí) ověřování. Žák prospěl, jestliže získal alespoň 40 bodů z průběžného a 40 bodů ze sumativního hodnocení.

Přepočet váženého průměru na známky:

85 – 100	1
70 – 84	2
55 – 69	3
40 – 54	4
0 – 39	5

3. Doporučená studijní literatura, odkazy na ilustrační zdroje:

PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika-příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Učebnice pro střední školy. Praha: Prometheus, 1998. ISBN 80-719-6099-3.

Jaroslav Reichl - matematika. Online. 2007. Dostupné z: <http://www.jreichl.com/matematika/matematika.htm>. [cit. 2025-03-09].

Robová, Jarmila. *Sbírka aplikačních úloh ze středoškolské matematiky*. Praha. Prometheus, 2015, ISBN 978-80-7196-445-2.

Pavlicová, Vladimíra, *Webová aplikace: Funkce - Portál středoškolské matematiky*, Univerzita Karlova v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta, Katedra didaktiky matematiky, Online. 2007. Dostupné z: <https://www.karlin.mff.cuni.cz/~portal/funkce/>, [cit. 2025-03-30].

Krynický, Martin, *Realisticky.cz když (se) chcete naučit*, Online, Dostupné z: <http://www.realisticky.cz/index.php>

Portál GeoGebra, Online, Dostupné z: <https://www.geogebra.org/download>

4. Poznámky